



MATH LEAGUE
IRAN

لیگ ریاضی ایران ۱۴۰۲

یک رویداد بین المللی دومین دوره برگزاری در ایران

پایه دوازدهم مرحله مقدماتی

تعداد سوالات: ۲۵ سوال
مجموع امتیازات: ۱۰۰ امتیاز
مدت زمان پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

این مسابقه نمره منفی ندارد! ⚠️



MATH LEAGUE
IRAN

ساختار سوالات ایستگاه‌ها و امتیازبندی آن‌ها

سوالات لیگ ریاضی ایران ۱۴۰۲، شامل ۸ ایستگاه می‌باشد:



این مسابقه نمره منفی ندارد!

هر ایستگاه شامل سه سوال
به ترتیب با امتیازهای ۳، ۴ و ۵

شامل ۴ سوال، هر کدام ۴ امتیاز

ایستگاه‌های شماره ۱ تا ۷

ایستگاه شماره ۸



ایستگاه ۱: مسائل محاسباتی

۱- حاصل عبارت زیر برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{۲۲ \times ۲۳ \times ۲۴}{۳ \times ۴ + ۲ \times ۳} = ?$$

۱۰۱۲ (۲)

۵۰۶ (۱)

۲۰۲۴ (۴)

۱۵۱۸ (۳)

۲- مجموع شمارنده‌های اول عدد $۲^{۱۶} - ۱$ چقدر است؟

۲۸۲ (۴)

۲۴۸ (۳)

۱۸۳ (۲)

۱۸۲ (۱)

۳- رقم یکان حاصل جمع زیر برابر کدام گزینه است؟

$$A = ۱^۲ + ۲^۲ + ۳^۲ + \dots + ۲۰۱۳^۲$$

۹ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



ایستگاه ۲: مسائل تعداد اعضای مجموعه‌ها

۴- فرض کنید A یک مجموعه متناهی و ناتهی باشد. اگر $B = \{ \emptyset, A \}$ باشد، $n(B)$ برابر کدام گزینه است؟

۰ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)





۵- مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 \leq x \leq 150\}$ را در نظر بگیرید. اگر B یک زیرمجموعه دلخواه از A باشد به طوری که هر دو عضو دلخواه مجموعه B یکی بر دیگری بخش پذیر هستند. در این صورت حداکثر مقدار $n(B)$ برابر کدام گزینه است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۶- اگر A ، B و C سه مجموعه متناهی باشند، در این صورت $n(\{n(A), n(B), n(C)\})$ برابر کدام گزینه نمی تواند باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



ایستگاه ۳: ریشه های معادله

۷- مجموع ریشه های معادله $x(x+a)(x+b) = 0$ برابر صفر است. کدام گزینه در مورد اعداد حقیقی a ، b صحیح است؟

 $a \leq b$ (۴) $a \geq b$ (۳) $a = -b$ (۲) $a = b$ (۱)

۸- معادله های $x^2 + 2x + a = 0$ و $x^2 + a x + 2 = 0$ دارای ریشه های حقیقی هستند. اگر بدانیم که مجموع مربعات ریشه های دو معادله با هم برابرند، مقدار a برابر کدام گزینه است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۰ (۱)





۹- معادله‌های متمایز زیر همگی دارای ریشه‌های حقیقی هستند:

$$x^2 + a x + b = 0, \quad x^2 + c x + d = 0, \quad x^2 + e x + f = 0$$

$$x^2 + g x + h = 0, \quad x^2 + m x + n = 0, \quad x^2 + p x + q = 0$$

کوچکترین تعداد اعضای مجموعه ریشه‌های این شش معادله برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

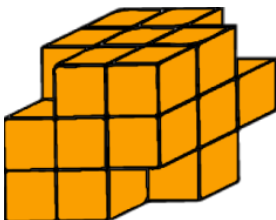
۳ (۲)

۲ (۱)

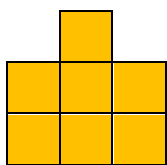


ایستگاه ۴: مسائلی از مکعب‌ها

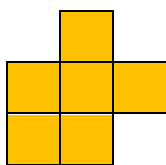
۱۰- همانطور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، از یک مکعب بزرگ که از ۲۷ مکعب کوچک تشکیل شده بود، ۴ مکعب کوچک جدا شده و شکل جدیدی ایجاد شده است.



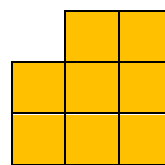
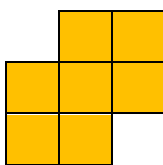
وقتی از جهات مختلف به این شکل جدید نگاه می‌کنیم، چند شکل از شکل‌های زیر تصویر مکعب‌های باقیمانده در دیواره‌های مکعب بزرگ را به درستی نشان می‌دهد؟



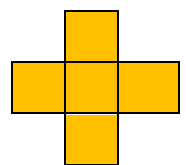
۴ (۴)



۳ (۳)



۲ (۲)

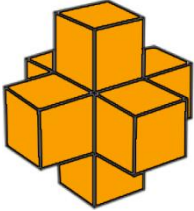


۱ (۱)





۱۱- شکل متقارن زیر از ۷ مکعب کوچک تشکیل شده است. با افزودن کمترین تعداد مکعب‌های کوچک به این شکل، یک مکعب بزرگ ایجاد می‌شود. ۱۰ گرم چسب برای اتصال هر دو وجه از مکعب‌های کوچکی که جدیداً به یکدیگر وصل می‌شوند، استفاده می‌شود. بنا به شرایط مسئله، در مجموع چند گرم چسب برای ایجاد مکعب بزرگ لازم است؟



$$300 \quad (1) \quad 320 \quad (2)$$

$$360 \quad (3) \quad 480 \quad (4)$$

۱۲- یک سازه مکعبی شکل در داخل یک کره به گونه‌ای قرار می‌گیرد که تمام رئوس مکعب بر دیواره کره مماس باشد. این کره را نیز در داخل یک جعبه کادویی مکعبی شکل، مماس بر مرکز تمام وجوه مکعب قرار می‌دهیم. با توجه به این اطلاعات، نسبت طول یال جعبه کادویی مکعبی شکل به طول یال سازه مکعبی شکل داخل کره، چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$



ایستگاه ۵: شماره‌های تلفن

۱۳- یک مرکز آموزشی می‌خواهد یک شماره تلفن اختصاصی تهیه کند به طوری که این شماره تلفن ۴ رقمی باشد و دقیقاً دو رقم تکراری داشته باشد و از ارقام سطر ۳ و ۴ در صفحه تلفن استفاده نشود. مثلاً ۲۳۵۵. این شماره تلفن ۴ رقمی را به چند طریق می‌توان انتخاب کرد؟

$$360 \quad (1) \quad 480 \quad (2)$$

$$600 \quad (3) \quad 720 \quad (4)$$

